



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI
CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I” BACĂU
Concursul Național de Matematică și Fizică
„Vrănceanu – Procopiu”
26 noiembrie 2016
MATEMATICĂ

IX

Problema 1

În cercul $C(O, r)$ se consideră două coarde perpendiculare $[AB]$ și $[CD]$, cu $AB \cap CD = \{M\}$.

a) Să se arate că $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MO}$.

b) Paralela prin C la AB intersectează paralela prin A la CD în N și paralela prin B la CD în P . Paralela prin D la AB intersectează paralela prin A la CD în R și paralela prin B la CD în Q . Să se arate că O este centrul dreptunghiului $NPQR$.

Problema 2

Se dă șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_1 = 1$ și $a_n = n(a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1})$, pentru orice $n > 1$. Să se demonstreze că a_{2016} are ultimele 500 de cifre egale cu zero.

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.